I Математический блок

№1. Пусть x - количество учеников,

y - средний возраст учеников,

z - возраст руководителя

По условию задачи возраст руководителя на 40 лет больше среднего возраста учеников значит: $z = y + 40$

Так же средний возраст всех присутствующих на занятии кружка (руководитель и учащиеся) на 36 лет меньше возраста руководителя. Получаем

$(xy + z) : (x+1) = z - 36$

заменим z на выражение $y+40$, получим

$$\frac{xy+y+40}{x+1} = y+40-36$$

умножим обе части уравнения на $(x+1)$

$xy + y + 40 = (y+40-36)(x+1) \Rightarrow xy+y+40 = (y+4)(x+1)$

$xy + y + 40 = xy + 4x + y + 4$

$xy + y - xy - 4x - y = 4 - 40$

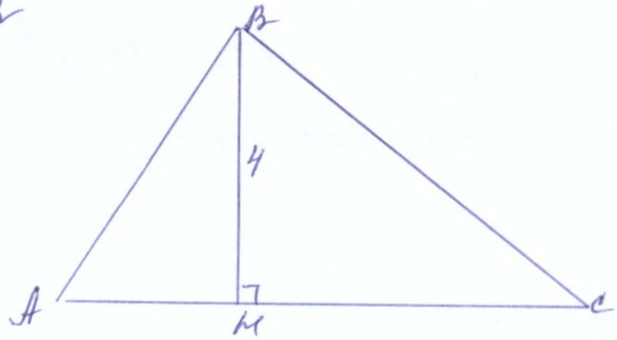
$-4y = -36$

$y = -36 : (-4)$

$y = 9$

Ответ: 9 учеников посещают кружок.

№2



Дано: ΔABC, $BH = 4$, $BH \perp AC$

$AH : HC = 1 : 2$

$r = \frac{18}{7+\sqrt{13}}$

Найти: AC

Решение:

Пусть $AH = x$, тогда $HC = 2x$. Используем формулу $r = \frac{2S}{a+b+c}$ для нахождения радиуса вп. окружности

Рассмотрим 1) ΔABH: $AB^2 = x^2 + 4^2$ по Т. Пифагора

$AB = \sqrt{x^2+16}$

2) ΔBHC: $AC^2 = (2x)^2 + 4^2$ по Т. Пифагора

$AC = \sqrt{4x^2+16}$

3) $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABH} + S_{\triangle BHC}$

$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x = 2x$

$S_{\triangle BHC} = \frac{1}{2} BH \cdot HC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2x = 4x$

$S_{\triangle ABC} = 2x + 4x = 6x$.

Подставим в формулу

$r = \frac{2S}{a+b+c}$ получим:

$$\frac{18}{7+\sqrt{13}} = \frac{2 \cdot 6x}{\sqrt{x^2+16} + \sqrt{4x^2+16} + 3x}$$

$18 \cdot (\sqrt{x^2+16} + \sqrt{4x^2+16} + 3x) = 12x \cdot (7+\sqrt{13}) \quad | : 6$

$3 \cdot (\sqrt{x^2+16} + \sqrt{4x^2+16} + 3x) = 2x \cdot (7+\sqrt{13})$

$3 \cdot \sqrt{x^2+16} + 3 \cdot \sqrt{4x^2+16} + 9x = 14x + 2x\sqrt{13}$

$3\sqrt{x^2+16} + 6 \cdot \sqrt{x^2+4} = 14x - 9x + 2x\sqrt{13}$

$3 \cdot (\sqrt{x^2+16} + 2\sqrt{x^2+4}) = 5x + 2x\sqrt{13}$

$3 \cdot (\sqrt{x^2+16} + 2\sqrt{x^2+4}) = x \cdot (5+2\sqrt{13})$

Возведем в квадрат обе части уравнения получим: $9 \cdot (\sqrt{x^2+16} + 2\sqrt{x^2+4})^2 = x^2 \cdot (5+2\sqrt{13})^2$

$9(x^2+16) + 36 \cdot \sqrt{x^4+20x^2+64} + 36(x^2+4) = x^2 \cdot (5+2\sqrt{13})^2$

преобразуем

$36 \cdot \sqrt{x^4+20x^2+64} = x^2 \cdot (5+2\sqrt{13})^2 - 9(x^2+16) - 36(x^2+4)$

возведем в квадрат

$(36\sqrt{x^4+20x^2+64})^2 = (x^2 \cdot (5+2\sqrt{13})^2 - 9(x^2+16) - 36(x^2+4))^2$

$1296x^4 + 25920x^2 + 82944 = (x^2(5+2\sqrt{13})^2 - 9x^2 - 144 - 36x^2 - 144)^2$

$-64(77+20\sqrt{13})x^2 \cdot (x-3)(x+3) = 0 \quad | : (-64(77+20\sqrt{13}))$

$x^2 \cdot (x-3)(x+3) = 0$

$x^2 = 0$ или $x - 3 = 0$ или $x + 3 = 0$

$x_1 = 0$ $\qquad x_2 = 3$ $\qquad x_3 = -3$

По смыслу задачи x должно быть больше 0

Условию удовлетворяет $x = 3$

Значит $AC = 3x = 3 \cdot 3 = 9$

Ответ: $AC = 9$

II Методический блок

№3а) $x^2+\sqrt{x+5}=5$

Решение: 1 способ (Метод выделения полного квадрата)

$\sqrt{x+5}=5-x^2$

Возведем обе части уравнения в квадрат

$(\sqrt{x+5})^2=(5-x^2)^2$

$x+5=25-10x^2+x^4$

$-x^4+10x^2+x-20=0$

$-(x^2-x-5)(x^2+x-4)=0 \quad |:(-1)$

$(x^2-x-5)(x^2+x-4)=0$

$x^2-x-5=0$ или $x^2+x-4=0$

$D=\sqrt{21}$ $\qquad$ $D=\sqrt{17}$

$x_1=\frac{1+\sqrt{21}}{2}$ $\qquad$ $x_3=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$x_2=\frac{1-\sqrt{21}}{2}$ $\qquad$ $x_4=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

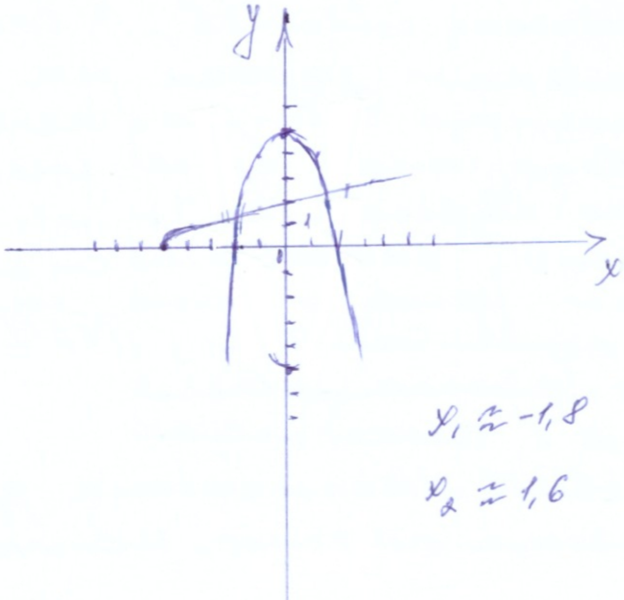
При проверке получаем, что решением являются $x_2=\frac{1-\sqrt{21}}{2}$ и $x_3=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

Ответ: $x=\frac{1-\sqrt{21}}{2}$; $x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$x^2+\sqrt{x+5}=5$ $\quad$ Решение: 2 способ (Графический метод)

$y=-x^2+5$

$y=\sqrt{x+5}$



$x_1\approx-1,8$

$x_2\approx1,6$

№3 б) Первый способ можно использовать при подготовке к ЕГЭ т.к. рассматривается в 10-11 классе. (Хотя первое знакомство можно встретить в курсе алгебры 7 класса)
Второй способ можно рассмотреть в 8 классе

№4. Учеником проведено верное краткое решение, Нет ссылок на какие-либо свойства правильной пирамиды, т.е нет обоснований.

№5. Первый урок по теме „комбинаторика" я начала бы через подготовку учащихся к объяснению нового материала.
Погружение в проблему. мотивация
(Учащиеся решают задачи в группах с помощью раздаточного материала
- на расстановку фигур;
- распределение роли по пословице;
- составить гос. флаг различных стран)
идет обсуждение, проверка
Физминутка: Поздороваться друг с другом пожав руку. ответить на вопрос: Сколько вас в классе? Сколько было рукопожатий?
Возникает проблема. Решаем её.
Ребята делают вывод, что решив данные задачи они использовали метод перебора с помощью различных комбинаций.
Отсюда вытекает тема урока, и основной вопрос на который отвечают эти задачи! Сколько способов...? Сколько вариантов..
Затем решаем задачи на закрепление практического направления.
Я показываю еще один метод „Древо возможных вариантов" и метод умножения.
Закрепление. Самостоятельная работа по вариантам. Одна и таже задача, но
I в - метод перестановки, II в - метод „Древа"
III в - метод умножения.
Рефлексия! Смайлики
Д/з! - составить расписание уроков из 5 предметов
- сообщение по теме „Истоки комбинаторики